

Quasi-kontinuierliche Auswahl der spektralen Effizienz durch mehrdimensionale Codierung

Jochen Leibrich

jol@tf.uni-kiel.de

Christian-Albrechts-Universität zu Kiel

ITG-Workshop Nürnberg

5./6. Juli 2012



Einführung

- **Vergrößerung der spektralen Effizienz durch höherstufige Modulation**
 - + Erhöhung der Datenrate bei gleichbleibender spektraler Belegung
 - Verlust an Robustheit gegenüber Rauschen

spektrale Effizienz [Bits/Symbol]	reelle unipolare Formate		komplexe Formate	
	Format	Verlust	Format	Verlust
1	2-ASK	0 dB	-	-
2	4-ASK	8,5 dB	QPSK	0 dB
3	8-ASK	15,4 dB	8-QAM	3,7 dB
4	16-ASK	21,9 dB	16-QAM	7,0 dB

- **Bei rauschbegrenzter Übertragung:**
maximale Übertragungslänge skaliert direkt mit Verlust an Robustheit

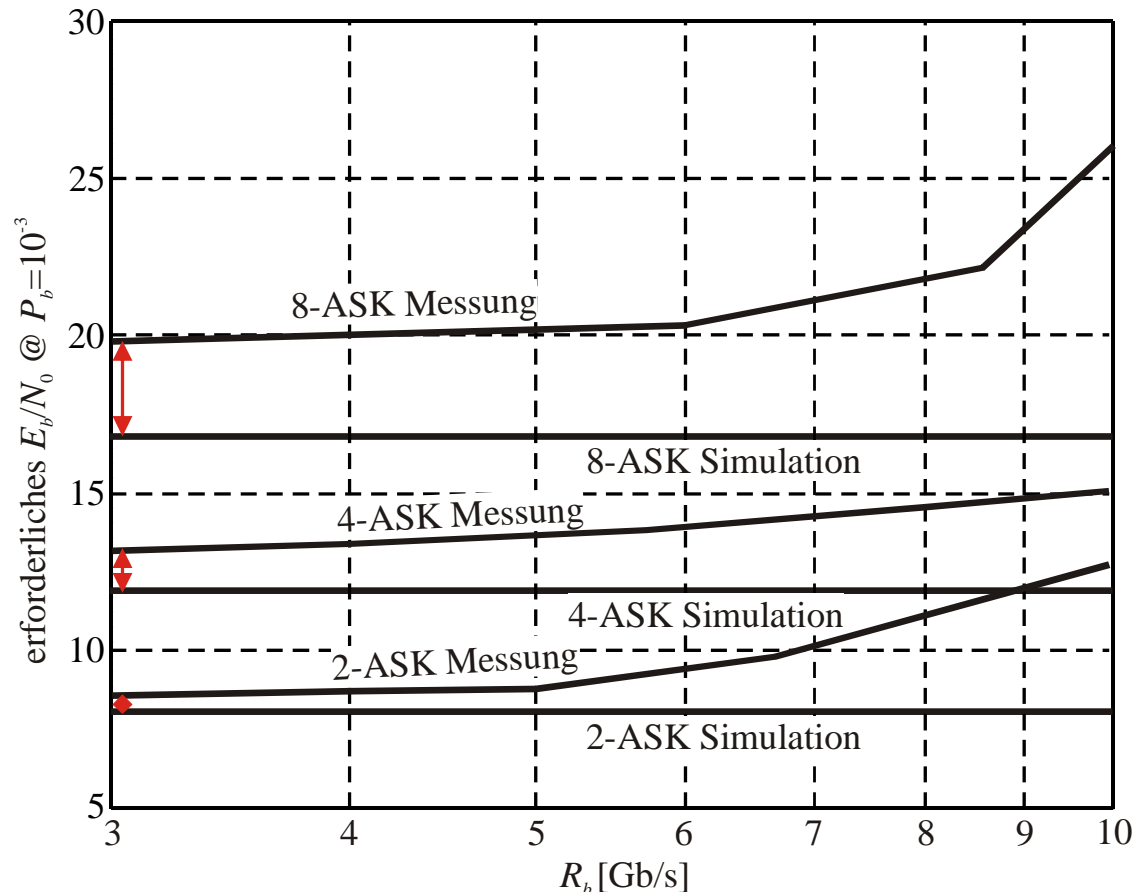
Einführung (2)

- Weitere Problematik: begrenzte Signalqualität schneller D/A-Wandler

⇒ zusätzliche Intersymbolinterferenz bei hohen Ordnungen

- Messergebnisse

- direkte Verbindung D/A-Wandler mit Echtzeit-Oszilloskop (≈ AWGN Kanal)
- D/A-Wandlerfrequenz: 20 GHz
- bipolare Formate



Einführung (3)

- **Fazit:**

Erhöhung der spektralen Effizienz durch Modulationsformat mit der nächsthöheren Ordnung führt zu sprunghaften Einbußen

- **Ziel:**

flexiblere Nutzung durch Modulationsformate mit nichtganzzahliger spektraler Effizienz

- **Ansatz:**

- Abbildung von N_b Bit auf eine **Gruppe** von N_{sym} zu sendenden Symbolen

- spektrale Effizienz:

$$SE = \frac{N_b}{N_{sym}} \text{ Bits / Symbol}$$

⇒ nichtganzzahlige Werte möglich

- **Begriffsklärung „mehrdimensionale Codierung“**
- **Überblick Literatur**
- **Beispiel: zweidimensionale Codierung**
- **Betrachtete Formate**
- **Analytische Berechnung der Bitfehlerwahrscheinlichkeit**
 - Einfluss der Codierung
- **Optimierung der Codierung**
- **Ergebnisse**
 - Simulationsergebnisse im AWGN-Kanal
 - Messergebnisse für den optischen Kanal

Begriffsklärung „mehrdimensionale Codierung“

- **Abbildung von N_b Bit auf eine Gruppe von N_{sym} Symbolen**
 - ⇒ Abbildung in den N_{sym} -dimensionalen Raum
 - **wichtige Fragstellung:**
Abbildung der N_b -Tupel auf die Symbolgruppen im N_{sym} -dimensionalen Raum
 - ⇒ Codierung
- ⇒ Bezeichnung als „mehrdimensionale Codierung“
- **Andere Bezeichnungen üblich (z.B. „mehrdimensionale Konstellationen“)**
 - **„mehrdimensionale Codierung“**
 - beinhaltet häufig Fehlerkorrekturverfahren
 - Hier: Reines Modulationsverfahren ohne Fehlerkorrekturverfahren

Überblick Literatur

- **1980: 3-PSK mit spektraler Effizienz $SE=3/2$**
 - J.R.Pierce, *IEEE Transactions on Communications*, pp. 1098-1099, 1980
- **1982: Codierte Modulation (G.Ungerböck)**
 - Kanalcodierung und Modulation bilden eine Einheit
- **Mitte der 1980er Jahre (L.-F.Weil, G.D.Forney)**
 - Verbesserung der codierten Modulation durch mehrdim. Konstellationen
- **1989: Umfangreiche Arbeiten von Forney et al. zu mehrdim. Konstellationen**
 - Schwerpunkte:
 - codierte Modulation
 - Maximierung der Leistungseffizienz
- **Anwendung hier: Flexible Gestaltung der spektralen Effizienz**



Überblick Literatur (2)

- **1997: Gebrochen rationale spektrale Effizienz durch mehrdimensionale Kreuzkonstellationen (z.B. 32-QAM, 128-QAM)**
 - E.A.Gelblum, *IEEE Transactions on Inform. Theory*, pp. 335-341, 1997
 - verallgemeinerter Ansatz für hohe Ordnungen
- **Ziel hier: einfacher, pragmatischer Ansatz für (relativ) niedrige Ordnungen**
- **2008: DPSK-3ASK in der Optik (M.Eiselt, B.Teipen)**
 - spektrale Effizienz $SE=5/2$
 - ASK-Komponente:
 - Abbildung von $N_b=3$ Bits auf $N_{sym}=2$ Symbole
 - ⇒ spektrale Effizienz $SE=3/2$
- **Ziel hier: Erhöhung der Auflösung möglicher Werte der spektralen Effizienz**

Beispiel: zweidimensionale Codierung

- **Reelle, positive Symbole (für IM/DD) aus einem Alphabet mit M Werten**
 - z.B. $M=4 \Rightarrow$ 4-ASK unipolar
 - **Zahlenwerte:**
 - $N_b=3, N_{sym}=2$
 - \Rightarrow 2-dimensionale Konstellation
 - \Rightarrow spektrale Effizienz $SE=3/2$
 - Anzahl aller möglichen Bit-Tripel: $2^{N_b} = 2^3 = 8$
 - Anzahl der Symbolgruppen im zweidimensional Raum: $M^{N_{sym}} = M^2$
 - Bedingung: $M^2 \geq 8 \Rightarrow M=3 \Rightarrow M^2=9$
- \Rightarrow **Symbolgruppe besteht aus Paar von 3-ASK-Symbolen**

Beispiel: zweidimensionale Codierung (2)

- Darstellung in zwei Dimensionen

- Eigenschaften:

- Anzahl Symbolpaare

- erforderlich: $2^{N_b} = 2^3 = 8$

- vorhanden: $M^2 = 3^2 = 9$

- ⇒ ein Symbolpaar überzählig

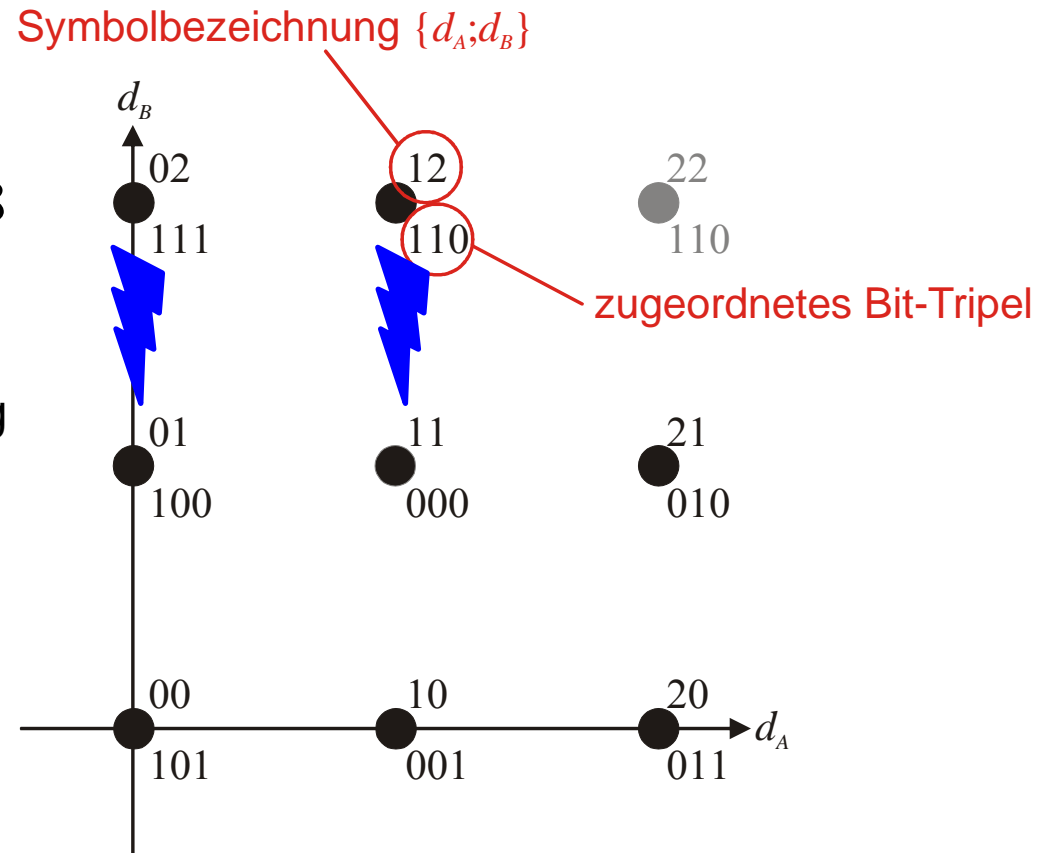
- ⇒ zur Leistungsoptimierung

Symbolpaar „22“ mit

größter Leistung

eliminieren

- Gray-Codierung nicht möglich



Betrachtete Formate

- Sortierung nach N_b

Bits N_b	Symbole N_{sym}	Alphabet	spektrale Effizienz SE
1	1	2-ASK	1,00
2	1	4-ASK	2,00
3	1	8-ASK	3,00
3	2	3-ASK	1,50
4	3	3-ASK	1,33
5	2	6-ASK	2,50
5	3	4-ASK	1,67
5	4	3-ASK	1,25

- Beschränkung auf Formate mit $N_b \leq 5$

Betrachtete Formate (2)

- Sortierung nach spektraler Effizienz

Bits N_b	Symbole N_{sym}	Alphabet	spektrale Effizienz SE
1	1	2-ASK	1,00
5	4	3-ASK	1,25
4	3	3-ASK	1,33
3	2	3-ASK	1,50
5	3	4-ASK	1,67
2	1	4-ASK	2,00
5	2	6-ASK	2,50
3	1	8-ASK	3,00

- Noch höhere Auflösung möglich bei Verwendung von Formaten mit $N_b > 5$

Analytische Berechnung der Bitfehlerwahrsch.

- **Vorgehensweise bei Gray-Codierung:**

$$P_b = \frac{1}{N_b} P_s$$

- **Gray-Codierung nicht möglich:**

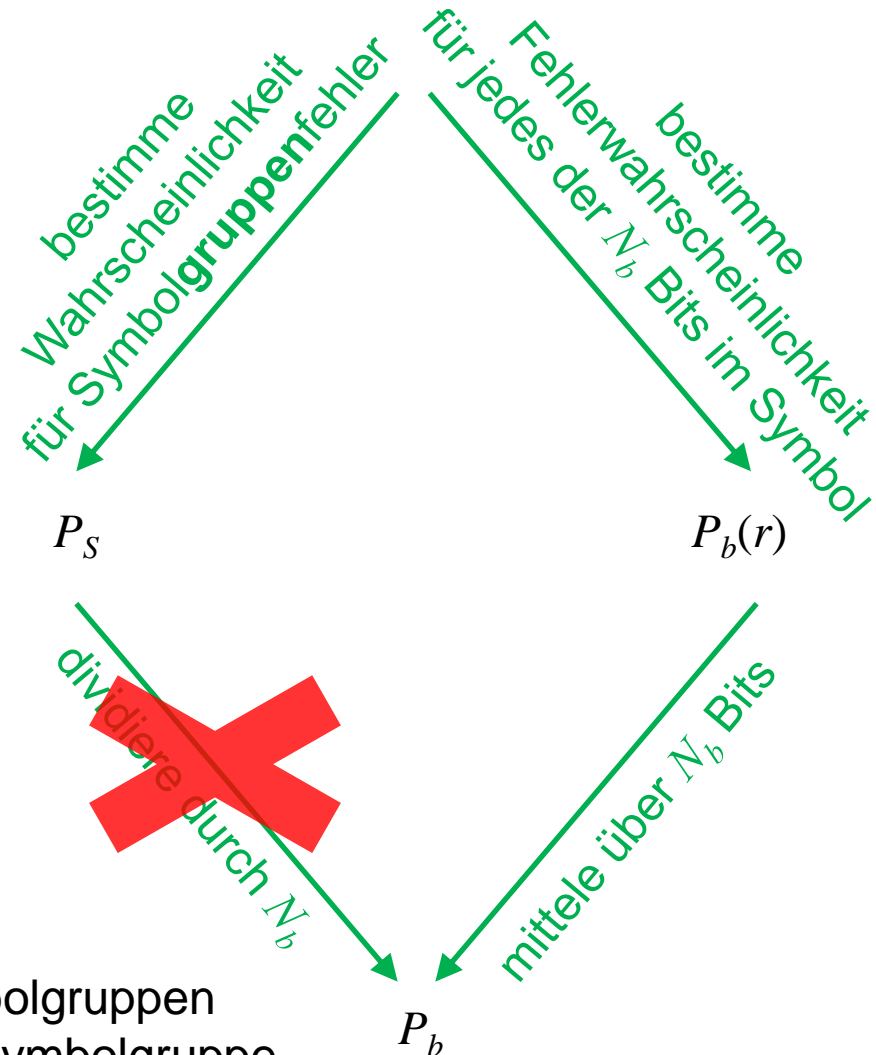
$$P_b = \frac{G_p}{N_b} P_s$$

$G_p \geq 1$: Gray-Penalty

- **Ergebnis im AWGN-Kanal:**

$$P_b = \frac{G_p \cdot \sum_{m=1}^{2^{N_b}} N_N(m)}{2N_b \cdot 2^{N_b}} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{d_{\min}^2}{8\sigma^2}} \right)$$

- d_{\min} : minimale Distanz zwischen Symbolgruppen
- $N_N(m)$: Anzahl der Nachbarn der m -ten Symbolgruppe
- σ^2 : Varianz des Rauschens



Optimierung der Codierung

- **Codierung = Aufgabenstellung:**

**Ordne Symbolgruppen im N_{sym} -dimensionalen Raum
die Sequenzen aus N_b Bit so zu, dass G_p minimal.**

- **Anzahl der Varianten = $(2^{N_b})!$**
- **Ansatz zur Optimierung: Binary switching algorithm (BSA)**
 - K.Zeger et al., *IEEE Transactions on Communications*, pp. 2147-2158, 1990
 - findet lokales Optimum
- **Ansatz hier:**
 - Systematische Suche mit frühzeitigem Ausschluss suboptimaler Varianten
 - findet (theoretisch) globales Optimum
 - bis $N_b=4$ **vollständige Suche**, bei $N_b>4$ Wahl des **zwischenzeitlichen Optimums**



Optimierung der Codierung (2)

- Gray-Penalty für optimierte Codierung

Bits N_b	Symbole N_{sym}	Alphabet	spektrale Effizienz SE	G_p
1	1	2-ASK	1,00	1
2	1	4-ASK	2,00	1
3	1	8-ASK	3,00	1
3	2	3-ASK	1,50	1,14
4	3	3-ASK	1,33	1,09
5	2	6-ASK	2,50	1,34
5	3	4-ASK	1,67	1,38
5	4	3-ASK	1,25	1,48

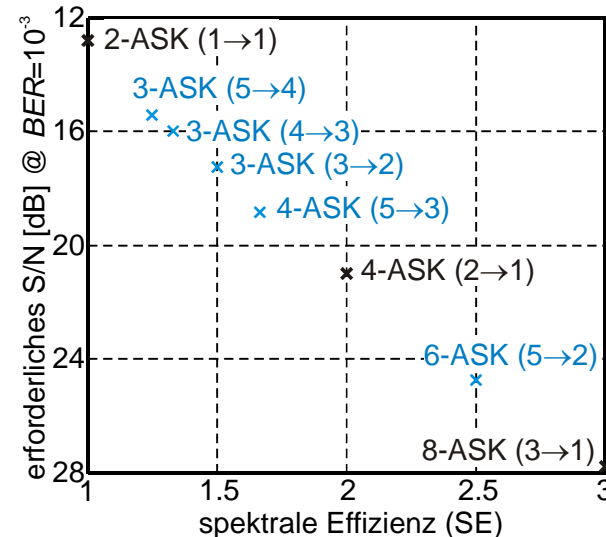
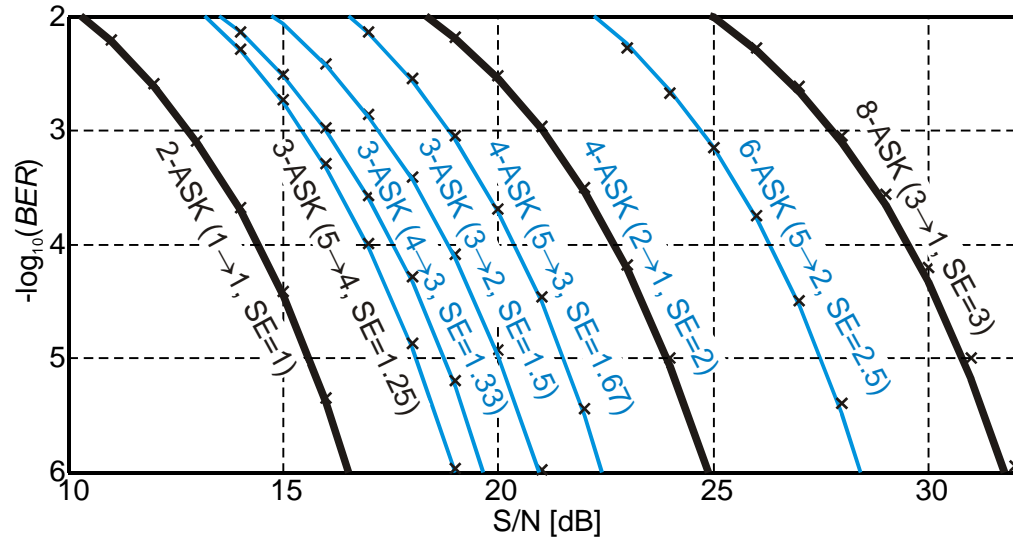
globales Optimum gefunden ($\leq 16! \approx 20$ Billionen Möglichkeiten)

zwischenzeitliches Optimum gewählt ($32! > 10^{35}$ Möglichkeiten)

- Bitfehlerwahrscheinlichkeit proportional G_p

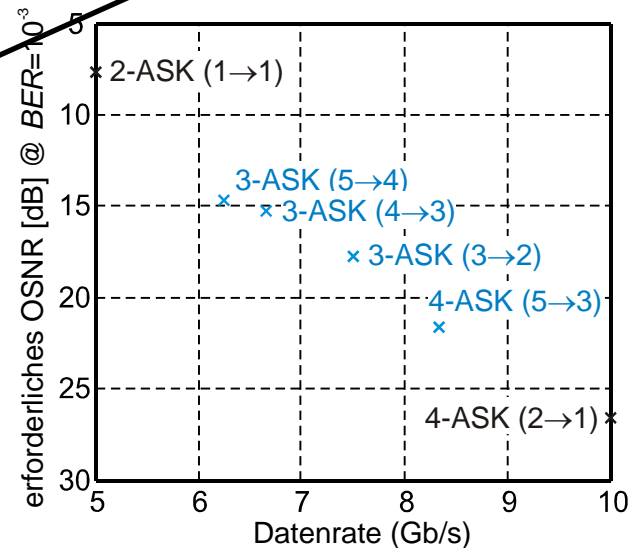
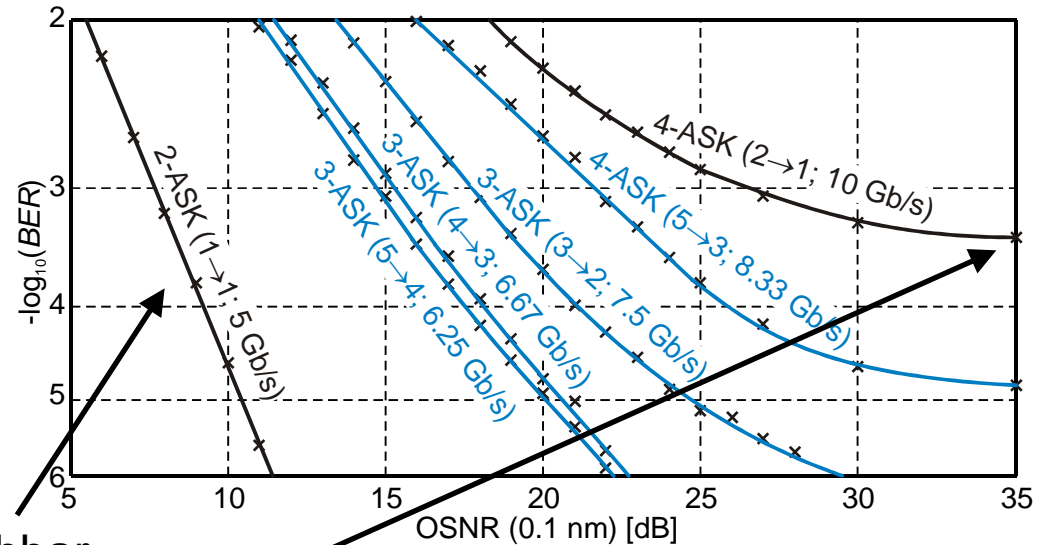
Simulationsergebnisse im AWGN-Kanal

- Analytisches Ergebnis: Linien
 - Simulationsergebnis: Kreuze
 - **Formate mit nichtganzzahliger spektraler Effizienz:**
 - Ausfüllen der Lücken zwischen eindimensionalen Formaten
 - **Gegenüberstellung**
 - spektrale Effizienz
 - erforderliches S/N @ $P_b=10^{-3}$
- ⇒ **gleitender Austausch zwischen SE und Rauschempfindlichkeit**



Messergebnisse für den optischen Kanal

- **D/A-Wandlerfrequenz: 20 GHz**
- **Symbolrate: 5 Gbaud**
- **IM/DD**
- **Optisch back-to-back**
- **Einfluss der Signalqualität:**
 - 2-ASK: Empfindlichkeit vergleichbar bei Verwendung Bitmuster-generator
 - 4-ASK: Floor bei $P_b \approx 5 \cdot 10^{-4}$
- **Formate mit nichtganzzahliger SE:**
 - Mittelweglösung unabhängig von der Ursache der Verschlechterung (Rauschen, begrenzte Signalqualität)



Zusammenfassung

- **Modulationsformate mit nichtganzzahliger spektraler Effizienz**
 - erlauben (theoretisch) **kontinuierliche Kompromisslösungen** zwischen
 - spektraler Effizienz
 - Robustheit gegenüber Rauschen
 - erfordern nur **geringen Mehraufwand** in Sender und Empfänger
 - Look-Up Tabelle
- **Bisherige Ergebnisse für reelle Formate (IM/DD) ohne Faserstrecke**

⇒ Verhalten

- reeller und komplexer Formate
- über praxisrelevante Strecken

ist im Folgenden zu untersuchen

